

qualquer número finito delas. Todavia a afirmação de que todas elas são verdadeiras podia no máximo ser conhecida com certeza empírica, na base de um número suficiente de exemplos ou por outras inferências indutivas.¹³ Se assim fosse isto significaria que a mente humana (no universo da matemática pura) é equivalente a uma máquina finita que, no entanto, é incapaz de compreender completamente¹⁴ o seu próprio funcionamento. Esta incapacidade [[do homem]] de se compreender a si próprio aparecer-lhe-ia, erradamente, como sendo a ilimitação ou a inexaustibilidade [[(da sua mente)]]; Mas reparar por favor que se fosse assim, isso de modo algum seria derogatório para a incompletabilidade da matemática

¹³ Por exemplo é concebível (embora muito fora dos limites da ciência actual) que a fisiologia do cérebro progrida ao ponto de se saber com uma certeza empírica:

1. que o cérebro é suficiente para a explicação de todos os fenómenos mentais e que é uma máquina no sentido de Turing;
2. mostrar a estrutura anatómica precisa e o funcionamento fisiológico da parte do cérebro que executa o pensamento matemático.

Além disso no caso de se adoptar o ponto de vista finitista (ou intuicionista) uma tal inferência indutiva podia estar baseada numa crença (mais ou menos empírica) de que a matemática não finitista (ou não-intuicionista) é consistente.

¹⁴ É claro que o funcionamento físico da mecânica do pensamento podia muito bem ser completamente compreensível; no entanto, a evidência de que este mecanismo particular tem sempre que conduzir a resultados correctos (ou apenas consistentes) ultrapassaria os poderes da razão humana.

objectiva. Pelo contrário, torna-la-ia apenas particularmente notória. Porque se a mente humana fosse equivalente a uma máquina finita, então a matemática objectiva seria não só incompletável no sentido de não estar contida em qualquer sistema axiomático bem definido, mas mais do que isso, existiriam problemas de Diofanto, do tipo descrito acima, *absolutamente* insolúveis, em que o epíteto “absolutamente” significa que seriam indecidíveis não apenas dentro de um sistema axiomático particular, mas por *qualquer* demonstração matemática que a mente humana possa conceber. Assim a seguinte conclusão disjuntiva é inevitável: *Ou a matemática é incompletável, no sentido em que a evidência dos seus axiomas nunca pode estar contida numa regra finita, quer dizer, a mente humana (mesmo dentro do âmbito da matemática pura) ultrapassa infinitamente os poderes de qualquer máquina finita, ou então existem problemas de Diofanto, do tipo especificado, absolutamente insolúveis* (em que não se exclui o caso de ambos os termos da disjunção serem verdadeiros, de modo que falando com rigor há três alternativas). É este facto, matematicamente estabelecido, que me parece de grande interesse filosófico. É claro que, a este propósito, é da maior importância mencionar que pelo menos este facto é inteiramente independente